

*Представлена современная классификация теории чисел, на основе геометрической теории чисел построены математические модели перфорированного сепаратора узла отжаривания, кольцевого зазора между коническим шнеком и запирающим конусом, расположения отверстий на поверхности сепаратора с учетом угла наклона ребер шнека нагнетающего типа.*

*Ключевые слова:* теория чисел, геометрическая теория чисел, математическая модель, обвалочный пресс, механическая обвалка мяса, перфорированный сепаратор, шнек.

## **ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ В КОНСТРУКЦИЯХ РАБОЧИХ ОРГАНОВ ПРЕССОВ ДЛЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБВАЛКИ МЯСНОГО СЫРЬЯ**

**УО «Белорусский государственный аграрный технический университет»,  
г. Минск, Республика Беларусь**

*В. Я. Груданов, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой технологий и технического обеспечения процессов переработки сельскохозяйственной продукции;*

*А. А. Бренч, кандидат технических наук, доцент, декан инженерно-технологического факультета;*

*И. Е. Дацук, старший преподаватель кафедры технологий и технического обеспечения процессов переработки сельскохозяйственной продукции*

Важная роль в обеспечении населения полноценными продуктами питания принадлежит птицеперерабатывающей промышленности, как наиболее эффективной отрасли животноводства, развивающейся быстрыми темпами. В процессе промышленной переработки мяса птицы при расчленении тушек наряду с наиболее ценными частями получают и части со значительно меньшим содержанием мышечной ткани – это каркасы, крылья, шеи и т.д. Отделение мясной фракции последних целесообразно проводить механизированным способом, который заключается в размельчении исходного сырья и последующем отделении кости, соединительной ткани и сухожилий путем пропускания размельченного сырья через «сито» под высоким давлением.

Следует отметить, что, несмотря на существование устройств различных типов, процесс отделения мяса от кости не является совершенным, характеризуется высокими энергозатратами на выработку продукции и металлоемкостью оборудования. Таким образом, актуальной является разработка новой концепция в подходах и принципах конструирования энергосберегающих, малоинерционных и компактных технологических машин и аппаратов, для создания которой мы предлагаем использовать такие фундаментальные законы природы, как принцип «золотой» пропорции и закономерности теории чисел. При этом достигаются наилучшие массовые, габаритные и энергетические характеристики. Здесь же открываются широкие возможности для унификации и стандартизации узлов и деталей при их высокой компактности и интегрирования вновь создаваемого оборудования в мировую систему конструирования новой техники.

**Предварительные сведения. Предмет теории чисел.** Существует несколько определений понятия «теория чисел». Одно из них гласит, что это специальный раздел математики (или высшей арифметики), которая подробно изучает целые числа и объекты, сходные с ними. Основной объект теории чисел – натуральные числа. Главное их свойство, которое рассматривает теория чисел – это делимость. Первый круг задач теории чисел – разложение чисел на множители [1].

Самыми заметными лицами в разработке теории считаются пифагорейцы Евклид и Диофант, жившие в Средние века индийцы Ариабхата, Брахмагупта и Бхаскары. Наибольший след в развитии теории чисел оставили весьма значительные для этой эпохи работы Леонардо Пизанско-

го (Фибоначчи) и работы Региомонтин (1436-1476), который нашел труды Диофанта и впервые в Европе стал систематически их изучать. Большое влияние на дальнейшее развитие теории чисел оказали и работы А. Лежандра (1752-1833) по теории неопределенных уравнений высших степеней [1]. Однако основное развитие теория чисел получила в трудах Л. Эйлера (1707-1783), Ферма (1601-1665), Лагранжа (1735-1813), К. Гаусса (1777-1856), Э. Ландау, Г. Бора, Г. Манна, Н.П. Романова, Н.Г. Чудакова, И.М. Виноградова и др.

В начале XX века теория чисел привлекла внимание таких математиков, как А.Н. Коркин, Е.И. Золотарев, А.А. Марков, Б.Н. Делоне, Д.К. Фадеев, И.М. Виноградов, Г. Вейль, А. Сельберг. Разрабатывая и углубляя выкладки и исследования древних ученых, они вывели теорию на новый, значительно более высокий уровень, охватывающий множество областей. Дальнейшее развитие теория чисел уже получила в наше время благодаря научным трудам Сороко Э.М., Груданова В.Я., Ивануса А.И., Воробьева Н.Н., Васютинского Н.А., Вайтеховича П.Е., Корбалана Ф. и др. Ряд вопросов теории чисел находят себе применение на практике, например, в теории телефонных сетей (кабелей), в кристаллографии, при решении некоторых задач теории приближенных вычислений и т.д.

Современные направления в теории чисел представлены на рис. 1.

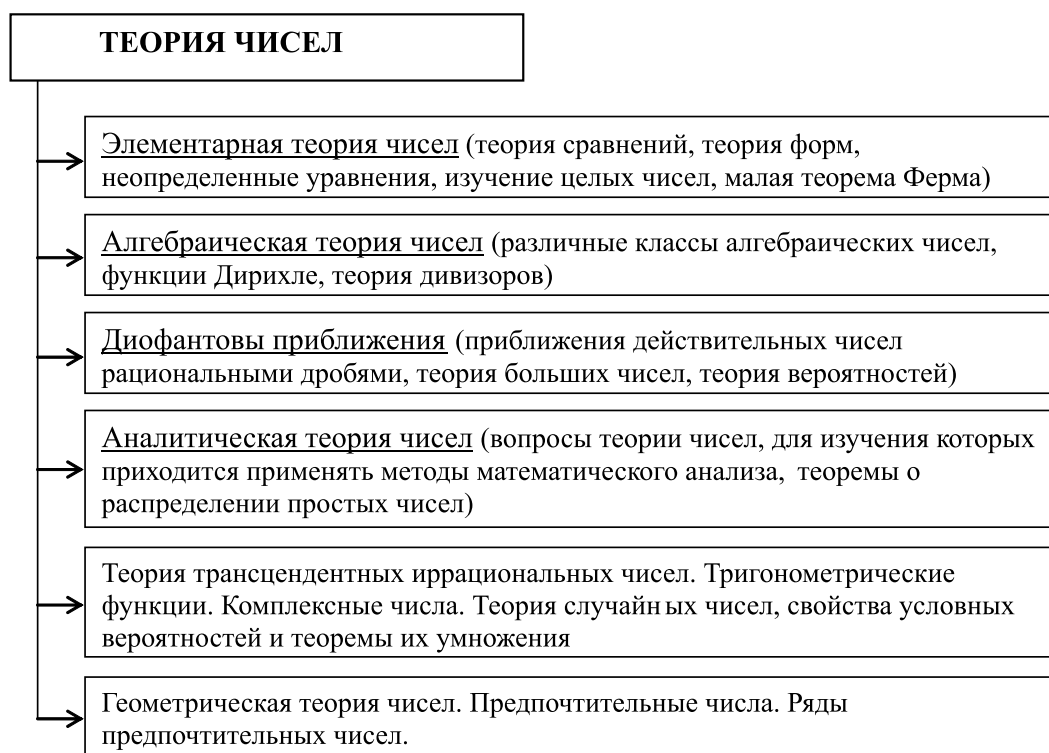


Рис. 1. Современные направления в развитии теории чисел

Для современной теории чисел характерно применение весьма разнообразных методов исследований. Особый интерес для наших исследований представляет геометрическая теория чисел и создание на ее основе системы рядов предпочтительных чисел. Покажем применение геометрической теории чисел конкретно в конструкциях рабочих органов обвалочных прессов.

**Предпочтительные числа. Ряды предпочтительных чисел.** Предпочтительные числа – это тщательно и научно подобранные цифровые величины, которыми рекомендуются пользоваться при конструировании вновь создаваемых технических объектов и устройств. Предпочтительные числа устанавливают взаимосвязь в параметрах деталей и узлов, размеры продукции и сооружений, мощность, грузоподъемность, массовые характеристики, геометрические размеры и т.п. [2].

В результате научных исследований нами установлена неизвестная ранее теоретическая взаимосвязь между основными рядами предпочтительных чисел, «золотой» пропорцией и числами ряда Фибоначчи, заключающаяся в том, что значение знаменателей геометрических прогрессий основных рядов определяются по формуле:

$$q_n = \sqrt[n]{\Phi}, \quad (1)$$

где  $q_n$  – значение знаменателя геометрической прогрессии  $n$ -го основного ряда предпочтительных чисел;  $\Phi = 1,618\dots$  – значение «золотой» пропорции (сечения);  $n$  – целые числа 1, 2, 4, 8 и 16.

При использовании формулы  $q_n = \sqrt[n]{\Phi}$  мы получаем новый ряд предпочтительных чисел: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610 и т.д., т.е. получаем последовательность Фибоначчи, из которой и получается значение «золотого» сечения:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1,618\dots = \Phi. \quad (2)$$

Для практических расчетов приближенное значение  $\Phi$  с точностью до пяти десятичных знаков после запятой вполне достаточно, т.е.  $\Phi = 1,61803$ . Отметим, что  $(\Phi)^2 = 2,618$ ;  $\sqrt{\Phi} = 1,272$ ;  $\sqrt[4]{\Phi} = 1,128$  и т.д.

**Оптимизация конструкций. Построение математических моделей.** При ручном и машинном выделении кускового мяса часть мышечной ткани (35...40% от массы костей) остается на костях, которые необходимо направлять для дальнейшего извлечения съедобной части на устройствах объемного сжатия, наибольшее распространение среди которых получили обвалочные прессы со шнековым узлом отжатия. В таких прессах процесс обвалки происходит непрерывно, в потоке, «тонким слоем», при давлении до 30 МПа. Рабочими органами являются: шнек, сепарирующая гильза и запорный конус.

На рис. 2 представлена принципиально-конструктивная схема шнекового устройства для отделения мяса от кости.

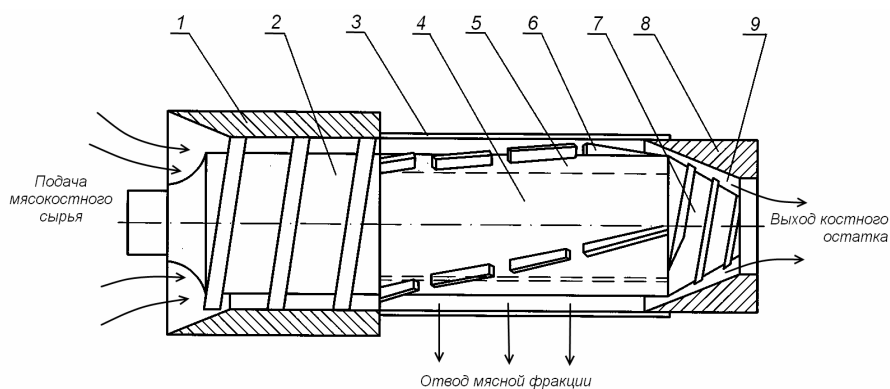


Рис. 2. Принципиально-конструктивная схема устройства для отделения мяса от кости:  
1 – насадок; 2 – шнек транспортирующий; 3 – кожух перфорированный; 4 – цапфа; 5 – рабочий орган для продавливания сырья; 6 – рейки ножевые; 7 – шнек конический; 8 – конусный клапан; 9 – зазор кольцевой

**Первая модель. Определение.** Суммарная пропускная способность перфорированного сепаратора и сепарирующего узла отжатия равна производительности шнека при соотношении мяса к кости равном  $\Phi=1,618$  и постоянном проходном сечении конусного кольцевого зазора по всей его длине.

**Доказательство.** При эксплуатации прессов, как показывает опыт, существует ряд недостатков: значительное потребление электрической энергии; низкое качество перерабатываемого сырья, недостаточная эксплуатационная надежность. В конструкции рабочих органов данных машин не рассматриваются особенности отдельных деталей сепарирующего узла в зависимости от вида мясного сырья, при этом основные геометрические параметры перфорированного

сепаратора и узла отжатия определяются исходя из производительности шнека с использованием свойств «золотой» пропорции.

Эти факторы не позволяют увязать пропускные способности перфорированного сепаратора и сепарирующего узла (узла отжатия) с производительностью шнека. Поэтому для устранения данного недостатка предлагаем выполнить рабочие органы таким образом, чтобы суммарная площадь живого сечения сепаратора ( $F_{\text{сеп}}$ ) и кольцевого зазора ( $F_{\text{к.з.}}$ ) узла отжатия была равна площади поперечного сечения канавки шнека в последнем витке.

$$\frac{F_{\text{сеп}}}{F_{\text{к.з.}}} = \frac{\text{мясо}}{\text{кость}} = 1,618. \quad (3)$$

Откуда  $F_{\text{к.з.}} = \frac{F_{\text{сеп}}}{1,618}$ , но, в свою очередь,  $F_{\text{сеп}} = F_{\text{шн}} - F_{\text{к.з.}}$ .

$$\text{Тогда} \quad F_{\text{шн}} = F_{\text{сеп}} + F_{\text{к.з.}} = F_{\text{сеп}} + \frac{F_{\text{сеп}}}{1,618} = F_{\text{сеп}} + 0,618 \cdot F_{\text{сеп}} = 1,618 \cdot F_{\text{сеп}}. \quad (4)$$

$$\text{Следовательно} \quad F_{\text{сеп}} = \frac{F_{\text{шн}}}{1,618}, \quad (5)$$

где  $F_{\text{сеп}}$  – площадь живого сечения сепаратора, м<sup>2</sup>;  $F_{\text{шн}}$  – площадь поперечного сечения канавки шнека в последнем витке, м<sup>2</sup>; 1,618 – коэффициент пропорциональности, учитывающий отношение мяса к кости [3].

Коэффициент пропорциональности 1,618, учитывающий среднее отношение мяса к кости различных видов птицы, позволяет рассчитать площадь живого сечения сепаратора и площадь кольцевого зазора узла отжатия так, чтобы поток сырья, поступающий из шнека, делился на два неодинаковых потока в соответствии с коэффициентом 1,618. Один поток – это мясная составляющая сырья, а другой – костная составляющая, причем мясная составляющая выводится из машины через перфорацию сепаратора, а костная – через кольцевой зазор узла отжатия. Это позволит обеспечить одинаковое гидравлическое сопротивление по ходу движения обрабатываемого сырья, даст возможность стабилизировать движение продукта, устранив нежелательное дополнительное уплотнение и сжатие обрабатываемого сырья, что повысит эксплуатационную надежность рабочих органов пресса, качество получаемой продукции при максимальной производительности и минимальных энергозатратах [4,5].

Особое внимание следует уделять конструкции узла отжатия, служащего для отвода костной составляющей мясного сырья. Уменьшение размера проходного сечения кольцевого зазора между коническим шнеком и цилиндром с конической внутренней поверхностью по ходу движения костной составляющей сырья может привести к увеличению сопротивления движению продукта, снижению качества отделения мяса от кости и вследствие этого – снижению эффективности работы устройства (рис. 3).

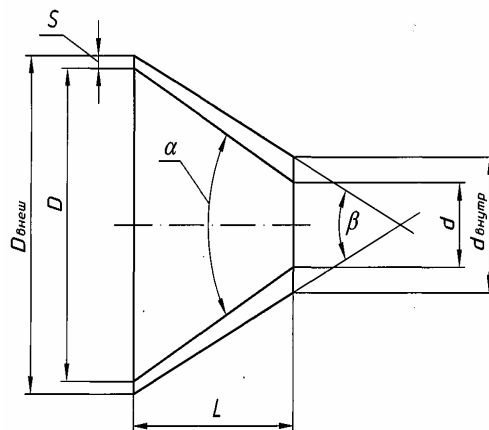


Рис. 3. Расчетная схема кольцевого зазора

Для обеспечения равенства проходного сечения кольцевого зазора по всей его длине необходимо, чтобы

$$d_{\text{внутр.}}^2 - d^2 = D_{\text{внешн.}}^2 - D^2, \quad (6)$$

где  $d$  – наименьший диаметр конической части шнека;  $d_{\text{внутр.}}$  – наименьший диаметр конической части цилиндра;  $D$  – наибольший диаметр конической части шнека;  $D_{\text{внешн.}}$  – наибольший диаметр конической части цилиндра.

Длина узла отжатия определяется по следующей формуле

$$L = \frac{D_{\text{внешн.}} - d_{\text{внутр.}}}{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}} = \frac{D - d}{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}, \quad (7)$$

где  $\alpha$  – угол при вершине конуса конического шнека;  $\beta$  – угол при вершине конуса конического цилиндра.

Угол  $\alpha$  отсюда

$$\alpha = 2 \cdot \operatorname{arctg} \frac{(D - d) \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}{D_{\text{внешн.}} - d_{\text{внутр.}}}. \quad (8)$$

В диапазоне кольцевого зазора  $S = 2 \dots 6$  мм и угла  $\beta = 40 \dots 80^\circ$  необходимо, чтобы

$$\alpha > \beta(1 + 0,1 \cdot S), \quad (9)$$

где  $S$  – начальный кольцевой зазор.

В этом случае проходное сечение зазора не уменьшается по ходу движения продукта.

Выполнение кольцевого зазора между коническим шнеком и цилиндром с конической внутренней поверхностью таким образом, чтобы угол при вершине конуса конического шнека определялся по приведенной выше зависимости, позволит потоку костной составляющей сырья, поступающему в кольцевой зазор, равномерно перемещаться по нему без дополнительного сопротивления, связанного с уменьшением проходного сечения кольцевого зазора.

**Вторая модель. Определение.** Рабочая поверхность перфорированного сепаратора разделена условно по длине на ряд зон, геометрические параметры которых взаимосвязаны с конструктивными особенностями винтовой канавки шнека [6].

**Доказательство.** В конструкциях серийных прессов не учитывается изменение количества мясной фракции по ходу движения сырья в нагнетающем шнеке, отверстия равномерно расположены по всей длине цилиндрической рабочей поверхности перфорированного сепаратора, что приводит к неэффективному использованию площади поперечного сечения отверстий перфорации, вероятности нежелательного дополнительного попадания костного остатка в мясную фракцию.

Рабочую поверхность сепаратора мы условно разделили по длине на ряд зон (рис. 4).

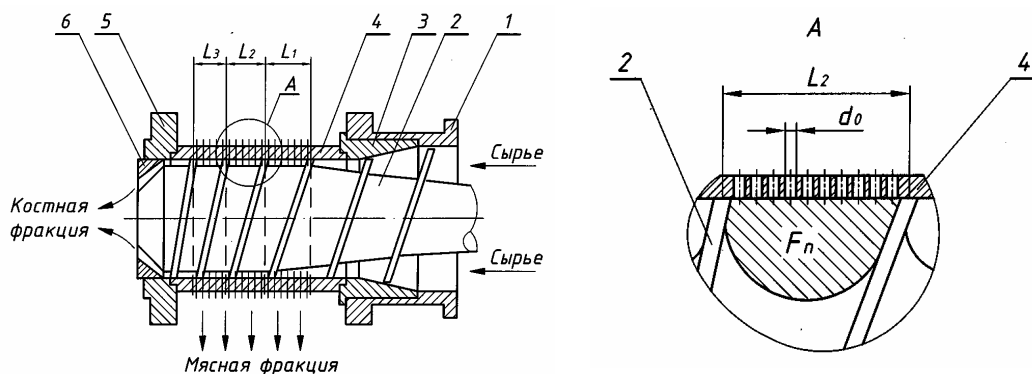


Рис. 4. Узел сепарации пресса: 1 – стакан; 2 – нагнетающий шнек; 3 – дефлектор; 4 – перфорированный сепаратор; 5 – корпус; 6 – запирающий клапан

Сырье поступает в стакан 1, захватывается нагнетающим шнеком 2, дополнительно уплотняется в конической части дефлектора 3 и подается к первой зоне ( $L_1$ ) перфорированного сепаратора 4 с количеством отверстий  $Z_1$ . Часть мясной фракции продавливается через отверстия перфорированного сепаратора, а оставшая подается в следующую зону ( $L_2$ ) с количеством отверстий  $Z_2$  и т.д.

Количество отверстий в каждой зоне перфорированного сепаратора:

$$Z_n = \frac{4 \cdot F_{\text{сеп}}}{\pi \cdot d_o^2}. \quad (10)$$

Но, так как  $\frac{4}{\pi} = \sqrt{\Phi}$ , тогда  $Z_n = \sqrt{\Phi} \frac{F_{\text{сеп}}}{d_o^2}$ , (11)

где  $Z_n$  – количество отверстий перфорации а  $n$ -ой зоне, шт.;  $\Phi = 1,618$  – значение «золотой» пропорции;  $F_{\text{сеп}}$  – площадь поперечного сечения отверстий  $n$ -ой зоны сепаратора;  $d_o$  – диаметр отверстий перфорации сепаратора.

Площадь нормального сечения винтовой канавки шнека под рабочей зоной сепаратора определяется по следующей формуле:

$$F_{\text{шн}} = \sum F_{\text{сеп}} + F_{\text{к.з.}}, \quad (12)$$

где  $F_{\text{к.з.}}$  – площадь кольцевого зазора;  $\sum F_{\text{сеп}}$  – площадь поперечного сечения всех отверстий сепаратора.

В данной формуле  $F_{\text{шн}}$  – площадь нормального сечения винтовой канавки шнека;  $F_{\text{к.з.}}$  – площадь кольцевого зазора;  $\sum_{n=1}^m F_n$  – площадь поперечного сечения  $n$ -ой зоны сепаратора;  $k$  – коэффициент, учитывающий среднее отношение кости к мясу в тушках различных видов птицы;  $m$  – количество зон перфорированного сепаратора.

$$\sum_{n=1}^m F_{\text{сеп}} = F_{\text{шн}} - F_{\text{к.з.}} = \sum_{n=1}^m F_n - \frac{k \cdot \sum_{n=1}^m F_n}{m}, \quad (13)$$

где  $F_n$  – площадь нормального сечения  $n$ -ой винтовой канавки шнека;  $k$  – коэффициент, учитывающий среднее отношение кости к мясу в тушках различных видов птицы;  $m$  – количество зон перфорированного сепаратора.

Костная составляющая

$$\frac{k \cdot \sum_{n=1}^m F_n}{m}$$

будет постоянна в каждом витке шнека.

Тогда площадь поперечного сечения отверстий  $n$ -ой зоны сепаратора

$$Z_n = \frac{4 \cdot F_{\text{сеп}}}{\pi \cdot d_o^2} = \frac{\sqrt{\Phi}}{d_o^2} \cdot \left( F_n - \frac{k \cdot \sum_{n=1}^m F_n}{m} \right). \quad (14)$$

**Третья модель. Определение.** Отверстия перфорированного сепаратора расположены наклонно к его цилиндрической поверхности и перпендикулярно ребрам винтовой канавки шнека [7].

**Доказательство.** В серийно выпускаемых прессах не учитывается направление движения мясной фракции, подаваемой нагнетающим шнеком в отверстия сепаратора. Отверстия расположены радиально к продольной оси сепаратора по всей его цилиндрической рабочей поверхности, что приводит к дополнительному сжатию и сдавливанию продукта, снижению качества отделения мяса от кости.

Выполнение отверстий перфорированного сепаратора с осями, расположенными наклонно к его цилиндрической рабочей поверхности (рис. 5) и перпендикулярно ребрам нагнетающего шнека позволяет увязать силу нормального давления  $N$ , создаваемую ребрами шнека и определяющую направление движения мясной фракции, с углом наклона осей отверстий сепаратора. Угол наклона осей отверстий уменьшается по ходу движения продукта и определяется по формуле:

$$\beta_i = 90 - \alpha_i,$$

где  $\beta_i$  – угол наклона оси отверстия;  $\alpha_i$  – угол наклона ребра нагнетающего шнека.

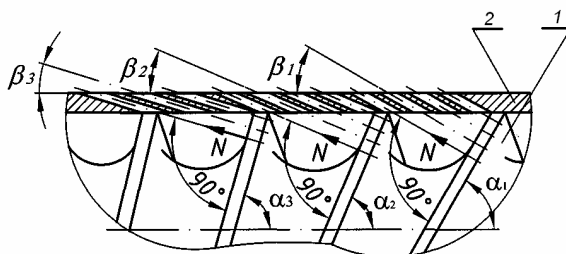


Рис. 5. Схема расположения отверстий перфорации сепаратора:  
1 – шнек; 2 – сепаратор;  $\alpha$  – угол наклона ребер шнека;  $\beta$  – угол наклона отверстий

Угол наклона ребер шнека увеличивается по ходу движения продукта, т.е.  $\alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1$ . Соответственно угол наклона осей отверстий уменьшается, т.е.  $\beta_3 < \beta_2 < \beta_1$ . В этом случае сила  $N$  нормального давления на продукт поверхности ребра нагнетающего шнека совпадает с осями отверстий перфорации сепаратора и напрямую, без дополнительных сопротивлений, проталкивает мясную фракцию через отверстия, что и необходимо для эффективной работы пресса.

Особенности конструкции сепаратора:

- ♦ выполнение отверстий перфорации сепаратора наклонно к его цилиндрической рабочей поверхности и перпендикулярно к поверхности вала шнека приводит к снижению сопротивления при продавливании мясной фракции через отверстия сепаратора, при этом качество мясной отделенной части повышается, вследствие чего увеличивается эффективность работы обвалочного пресса в целом (согласно патенту на изобретение РБ №15328);
- ♦ разделение рабочей поверхности перфорированного сепаратора по длине на условные зоны и выполнение определенного количества отверстий в каждой из этих зон в зависимости от коэффициента уплотнения позволяет равномерно и последовательно продавливать мясную фракцию через отверстия каждой зоны, что приводит к повышению качества отделения мяса от кости (согласно патенту на изобретение РБ №8776).

**Практическое использование.** Разработанные математические модели были применены при изготовлении опытных образцов рабочих органов обвалочного пресса, общий вид которых представлен на рис. 6.

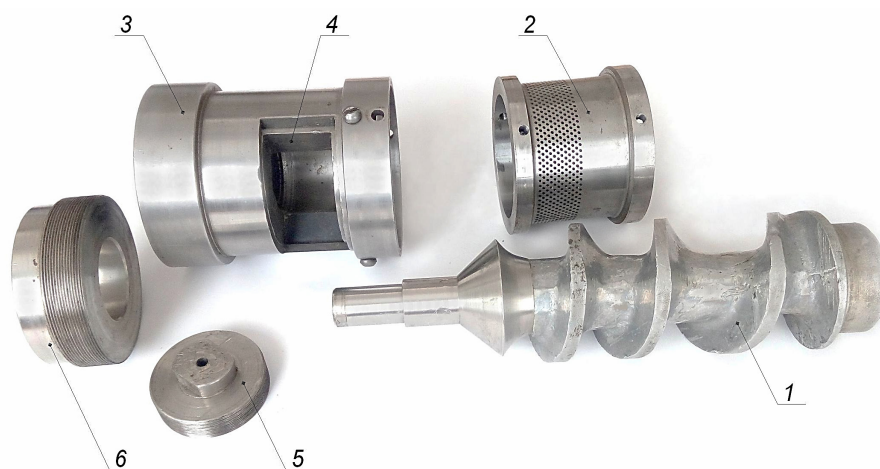


Рис. 6. Внешний вид узла сепаратора в разобранном виде: 1 – шнек нагнетающего типа; 2 – перфорированная втулка (сепаратор); 3 – опорный корпус; 4 – запирающий конус (клапан); 5, 6 – винты регулировки кольцевого зазора

На основе, проведенных лабораторных испытаний изготовлены образцы сепаратора для серийно выпускаемого прессы LIMA RM 600 (Франция), которые прошли производственные испытания в колбасном цеху ОАО «Агрокомбинат «Дзержинский» (Минская область, Республика Беларусь), при этом были получены следующие результаты:

- ♦ уменьшение содержания костного остатка в мясной фракции;
- ♦ снижение температуры мясной отделенной части на 3...5 °С;
- ♦ уменьшение энергоемкости процесса разделения мясокостного сырья до 5%.

Таким образом, применение геометрической теории чисел при конструировании рабочих органов данного технологического оборудования создает единую, гармоничную и взаимосвязанную систему, все составляющие которой работают на конечную цель – высококачественную обработку сырья при максимальной производительности и минимальных энергозатратах. Изготовление рабочих органов механических прессов для обвалки мясного сырья по вышеприведенным моделям позволяет обеспечить одинаковое гидравлическое сопротивление по ходу движения сырья, дает возможность стабилизировать движение продукта, устраняет нежелательное дополнительное уплотнение и сжатие обрабатываемого сырья.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Бухштаб, А. А.* Теория чисел. Издание второе, исправленное. – Москва: Издательство «Промсвещение», 1966. – С. 384.
2. Предпочтительные числа и ряды предпочтительных чисел: ГОСТ 8032-84. – Взамен ГОСТ 8032-56. – М.: Государственный комитет СССР по стандартам, 1987. – 17с.
3. Сборник рецептур блюд и кулинарных изделий для предприятий общественного питания всех форм собственности. – Минск: «Белорусская ассоциация кулинаров», 1996. – С. 455–456.
4. *Наварай, А. К.* Пути совершенствования рабочих органов прессов для механической обвалки мясного сырья / А. К. Наварай // Сборник научных трудов. К 30-летию кафедры «Машины и аппараты пищевых производств» МГУП; редкол. В.Я. Груданов и др. – Мн.: Изд. центр БГУ, 2004. – С. 70–73.
5. Устройство для отделения мяса от кости птицы: пат. № 8343, Республика Беларусь, МПК А22 С17/04 / В.Я. Груданов, А.К. Наварай, А.А. Бренч; заявитель Могилевский государственный университет продовольствия. – № 20030855; заявл. 05.09.2003, опубл. 20.04.2006.
6. Пресс для механической обвалки мяса птицы: пат. № 8777, Республика Беларусь, МПК А22 С/04 / В.Я. Груданов, А.К. Наварай, А.А. Бренч; заявитель Могилевский государственный университет продовольствия. – № 20040057; заявл. 30.01.2004, опубл. 21.09.2006.
7. Пресс для механической обвалки мяса птицы: пат. № 8776, Республика Беларусь, МПК А22С17/04 / В.Я. Груданов, А.К. Наварай, Л.Т. Ткачева; заявитель Могилевский государственный университет продовольствия. – № 20031245; заявл. 30.12.2003, опубл. 21.09.2006.

*Рукопись статьи поступила в редакцию 04.04.2017*

**V. Y. Grudanov, A. A. Brench, I. Y. Datsuk**

### THE THEORY OF NUMBERS IN DESIGNS OF WORKING BODIES OF PRESSES FOR MECHANICAL DREAMING OF MEAT RAW MATERIALS

The modern classification of number theory is presented, on the basis of the geometric theory of numbers, mathematical models of a perforated separator of a squeezing unit, an annular gap between a conical screw and a locking cone, and the location of the holes on the surface of the separator are constructed taking into account the angle of inclination of the ribs of the screw of the pumping type.

Keywords: number theory, geometric number theory, mathematical model, bailing press, mechanical meat boning, perforated separator, screw.